

Entangled Photon Source - Experiment zum Nachweis quantenmechanischer Verschränkung

Fortgeschrittenen Praktikum Bachelor Physik

20. Februar 2025

Inhaltsverzeichnis

1	Fragen	1
2	Einleitung	2
3	Sicherheit	2
3.1	Lasersicherheit	2
3.2	Gerätesicherheit	3
4	Theoretische Grundlagen	4
4.1	Photonische Quantenzustände	4
4.2	Projektionsmessungen	6
4.3	Polarisationsverschränkte Photonenzustände	7
4.4	Messung der Korrelationen	8
4.5	Lokale Verborgene Variablen Theorien	9
4.6	CHSH-Ungleichung	10
4.7	Polarisationsgrad und Visibilität	12
5	Experimenteller Aufbau	13
5.1	Die Photonenquelle	13
5.2	Der Messtrahlengang	16
5.3	Der Koinzidenzzähler	17
6	Durchführung	18
6.1	Inbetriebnahme des Aufbaus	18
6.2	Fehlerbetrachtung	19
6.3	Messung nicht polarisations-verschränkter Photonen	21
6.4	Messung von Photonen im EPR-Zustand	22
6.5	Messung der Zustandswahrscheinlichkeit	23
7	Auswertung	24
7.1	Auswertung des unverschränkten Polarisationszustands	25
7.2	Auswertung des EPR-Zustands	26
	Literatur	27

Vorausgesetzte Kenntnisse

Lasersicherheit, Polarisierung von Licht, Grundlagen der Quantenmechanik, quantenmechanische Verschränkung, Photodetektoren, Erzeugung verschränkter Photonen, klassische lokale verborgene-Variablen-Theorien, CHSH-Bell-Ungleichungen.

1 Fragen

Testen Sie ihr Verständnis des Experiments und der zugrundeliegenden Konzepte durch Beantwortung der folgenden Fragen. Falls Sie Fragen haben, schreiben Sie uns gerne!

1. Welche Gefahren bestehen beim Umgang mit Lasern?
2. Wie wird die Photonenquelle richtig ausgeschaltet?
3. Wie erhält man ein diagonal- und antidiagonal polarisiertes Photon aus einem horizontal polarisierten Photon mit Hilfe einer Rotationsmatrix? Wie kann man diese mit optischen Komponenten erzeugen?
4. Wie verändert sich der Zustand $|V\rangle$ nach Anwendung einer Rotation um den Winkel α ?
5. Was sind Projektionsmessungen und wie kann man diese experimentell umsetzen?
6. Wie werden polarisationsverschränkte Photonen im Versuch erzeugt?
7. Was unterscheidet verschränkte von unverschränkten Zuständen?
8. Was sind die Einwände von EPR im Bezug auf die Quantenmechanik?
9. Welche Annahmen werden in einer LVVT getroffen? Was unterscheidet eine LVVT von der Quantenmechanik?
10. Wie ist der S -Wert definiert und welche Implikationen folgen daraus?
11. Wie wird der S -Wert im Experiment bestimmt?
12. Welche Einheit haben Zählraten?

2 Einleitung

In der Quantenphysik gibt es Phänomene, die sich grundlegend von den Gesetzmäßigkeiten der klassischen Physik unterscheiden. Ein Beispiel hierfür ist die Verschränkung von Quantenzuständen. Verschränkung ist eine Eigenschaft von Vielteilchen-Systemen, die dazu führt, dass die konstituierenden Teilchen nicht mehr unabhängig voneinander beschreibbar sind. Diese fundamentale Eigenschaft führt zu erstaunlichen Ergebnissen der Quantenphysik, die klassisch nicht erklärbar sind. Am Anfang des letzten Jahrhunderts hat dies bei Wissenschaftlern wie z.B. Einstein zu Unglauben geführt [4]. Diese waren der Meinung, die Quantenmechanik sei aufgrund der statistischen Natur ihrer Vorhersagen keine vollständige physikalische Theorie, um diese Phänomene zu beschreiben. Einige Jahrzehnte später stellte sich jedoch heraus, dass Einstein und Kollegen falsch lagen. In diesem Versuch soll ein Experiment wiederholt werden, das zu dieser Erkenntnis beigetragen hat.

3 Sicherheit

Um Risiken für Ihre Gesundheit und die verwendeten Geräte zu vermeiden, müssen Sie sich unbedingt an die folgenden Regeln halten. Unkenntnis oder Nichteinhaltung dieser Regeln führt zum Ausschluss vom Versuch mit der Bewertung „nicht bestanden“.

3.1 Lasersicherheit

Der Diodenlaser in diesem Praktikumsversuch ist ein Laser der Klasse 3B. Der Laser kann bei Bestrahlung der Haut oder Augen permanente Schäden verursachen. Dies gilt sowohl für den Hauptstrahl als auch für gestreutes Licht.

Der Laser in diesem Aufbau befindet sich in einem Gehäuse. Solange das Lasergehäuse geschlossen ist, ist der Laser durch Filterung der austretenden Strahlung unbedenklich (Laserklasse 1). Wenn das Gehäuse jedoch geöffnet ist, kann Laserlicht der Klasse 3B austreten. Dies ist der Fall, wenn gleichzeitig bei geöffnetem Gehäuse der Diodenlaser eingeschaltet ist. Sollte das Öffnen des Lasergehäuses notwendig werden, so benachrichtigen Sie Ihren Betreuer. Öffnen Sie dieses **niemals**, während die Laserdiode eingeschaltet ist.

3.2 Gerätesicherheit

Die Laserdiode wird durch den roten Knopfschalter an- und ausgeschaltet. Die Kontrolleinheit darf nicht über den Schlüsselschalter ausgeschaltet werden, während die Laserdiode eingeschaltet ist, da dies zur Zerstörung der Laserdiode führt!

Im Rahmen des Versuchs muss das Gehäuse der Strahlquelle geöffnet werden, um die Position einer eingebauten Lambda-Halbe-Platte zu ändern. Achten Sie bei der Überprüfung der richtigen Position der Platte ganz besonders darauf, dass der Diodenlaser ausgeschaltet ist. Für den Umbau kontaktieren Sie Ihren Betreuer.

Im Rahmen des Versuchs ist es nicht notwendig, die optischen Fasern zu entfernen oder den Strahlengang außerhalb der Photonenquelle zu justieren.

Sollten Sie der Auffassung sein, dass dies doch notwendig wird, benachrichtigen Sie Ihre*n Betreuer*in.

Das Tragen von Handschuhen während des Versuchs ist Pflicht! Wir wünschen Ihnen einen erkenntnisreichen Praktikumsversuch.

4 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen erläutert, um verschränkte Zwei-Photonenzustände zu beschreiben. Quantenzustände, die ein Zwei-Niveau-System bilden, werden auch als Qubits (Quantum Bit) bezeichnet, da diese eine grundlegende Rolle im Bereich des Quanten-Computing spielen und dort als Recheneinheit verwendet werden.

Alle quantenphysikalischen Systeme die durch 2 diskrete Zustände beschreibbar sind, eignen sich als Qubit-System. Beispiele hierfür sind der Spin von Elektronen oder Grundzustand und angeregtes Niveau eines Atoms oder Moleküls. Auch Polarisationszustände eines Photons können als 2-Niveau System verwendet werden.

Viele Effekte in der Quantenmechanik wirken verglichen mit klassischen Erwartungen zunächst unphysikalisch. Ein Beispiel hierfür ist das Interferenzmuster hinter einem Doppelspalt, das nur auftaucht, wenn beide Spalte geöffnet sind und der Weg, den jedes Photon nimmt, unbekannt ist. In diesem Versuch werden Sie einen weiteren solchen Effekt untersuchen: den Effekt nicht-klassischer Korrelationen polarisationsverschränkter Photonen.

Dazu werden in diesem Kapitel zunächst die notwendigen quantenmechanischen Grundlagen erläutert, danach wird auf die Formulierung von lokalen verborgene-Variablen-Theorien (LVVT) eingegangen und schließlich dargestellt, wie alle LVVTs in Form der CHSH-Bell-Ungleichungen Vorhersagen machen, die sich von denen der Quantenmechanik unterscheiden und experimentell überprüft werden können.

4.1 Photonische Quantenzustände

Polarisationszustände von Photonen können in der Bra-Ket Notation wie folgt dargestellt werden:

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

wobei $|H\rangle$ ein horizontal polarisiertes und $|V\rangle$ ein vertikal polarisiertes Photon darstellt. Es gilt

$$\langle H|H\rangle = \langle V|V\rangle = 1 \quad \langle V|H\rangle = \langle H|V\rangle = 0 \quad (2)$$

sodass $\{|H\rangle, |V\rangle\}$ eine Basis eines 2-dimensionalen Hilbertraums \mathbb{C}^2 darstellt [6]. Ein beliebiger Polarisationszustand $|\Psi\rangle$ kann demnach dargestellt werden als Linearkombination

von $|H\rangle$ und $|V\rangle$ als

$$|\Psi\rangle = a|H\rangle + b|V\rangle \quad \text{mit } a, b \in \mathbb{C} \quad \text{und} \quad |a|^2 + |b|^2 = 1. \quad (3)$$

Wichtige weitere Polarisationszustände sind

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle) \quad |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle) \quad (4)$$

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + i|V\rangle) \quad |L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - i|V\rangle) \quad (5)$$

wobei $|+\rangle$ ein diagonal polarisiertes und $|-\rangle$ ein antidiagonal polarisiertes und $|R\rangle$ ein rechtszirkular und $|L\rangle$ ein linkszirkular polarisiertes Photon darstellt. Man kann sich die verschiedenen Polarisationszustände anhand der sogenannten Poincaré Sphäre visualisieren (Abbildung 1). Hierbei liegen paarweise orthogonale Zustände an den gegenüberliegenden Seiten der Kugel. Mit der Parametrisierung in Polarkoordinaten kann der Zustand $|\Psi\rangle$ auch dargestellt werden als

$$|\Psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|H\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|V\rangle, \quad \text{mit } \theta \in [0, \pi] \quad \text{und} \quad \phi \in [0, 2\pi) \quad (6)$$

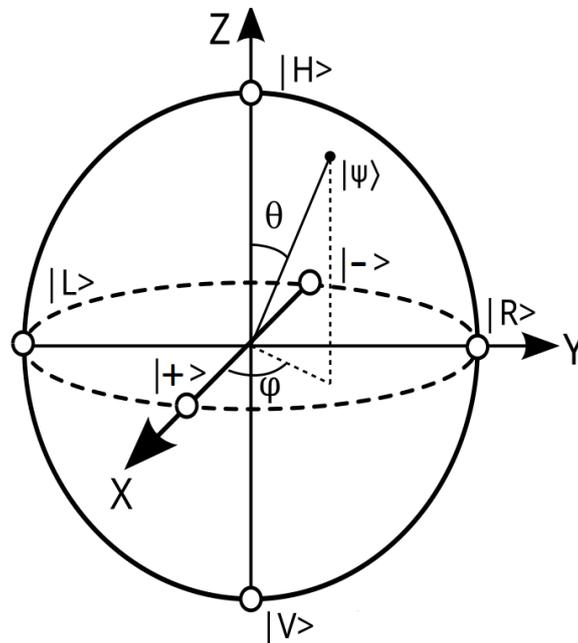


Abbildung 1: Poincaré Sphäre mit den verschiedenen Polarisationszuständen und einem beliebigen Zustand $|\Psi\rangle$ [2]

Mit Hilfe von optischen Komponenten wie z.B. Polarisatoren, $\frac{\lambda}{2}$ und $\frac{\lambda}{4}$ -Platten kann man ähnlich wie bei klassischem Licht die Polarisationszustände der Photonen verändern.

Mathematisch lässt sich dies durch Rotationsmatrizen darstellen, da diese einen Basiswechsel beschreiben. Allgemein sieht eine Rotationsmatrix, die einen Zustand um den Winkel α dreht, wie folgt aus

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Zum Beispiel resultiert eine Anwendung von R_α auf den Zustand $|H\rangle$ in

$$R_\alpha |H\rangle = \cos(\alpha) |H\rangle + \sin(\alpha) |V\rangle = |H_\alpha\rangle. \quad (8)$$

Um nun verschiedene Polarisationszustände wie $|+\rangle$ (diagonal) und $|-\rangle$ (antidiagonal) zu erzeugen, wählt man den Winkel $\alpha = 45^\circ$ in der Rotationsmatrix. Somit erhält man diagonal

$$R_{\pi/4} |H\rangle = |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle) \quad (9)$$

und antidiagonal

$$R_{\pi/4} |V\rangle = |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle) \quad (10)$$

polarisierte Photonenzustände.

Mit anderen Rotationsmatrizen kann z.B. auch zirkular polarisiertes Licht dargestellt werden. Die Basis entspricht dann der rechts- und linkshändigen zirkularen Polarisation:

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + i|V\rangle), \quad |L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - i|V\rangle). \quad (11)$$

4.2 Projektionsmessungen

Werden horizontal polarisierte Photonen (Zustand $|H\rangle$) durch einen Polarisator transmittiert, dessen transmittierende Achse in einem Winkel α zur horizontalen Achse des einlaufenden Lichts steht, so ist der transmittierte Zustand gegeben durch

$$|H_\alpha\rangle \langle H_\alpha|H\rangle = \hat{R}_\alpha |H\rangle \langle H| \hat{R}_{-\alpha} |H\rangle = |H\rangle_\alpha \langle H|H_{-\alpha}\rangle = \cos \alpha |H_\alpha\rangle \quad (12)$$

Die Transmission wird hier über die Projektion der transmittierenden Achse des Polarisators über den Projektionsoperator $|H_\alpha\rangle \langle H_\alpha|$ auf den Zustand des einlaufenden Lichts $|\Psi\rangle = |H\rangle$ realisiert. Beachten Sie hierbei, dass ein Operator in seiner adjungierten Form

auf einen Bra-Zustand wirkt (d.h. $\langle H_\alpha| = \langle H| \hat{R}_\alpha^\dagger = \langle H| \hat{R}_{-\alpha}$).

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon transmittiert wird ist damit:

$$p_{H,trans} = \langle H| \hat{R}_\alpha |H\rangle \langle H| \hat{R}_{-\alpha} |H\rangle = |\langle H_\alpha|H\rangle|^2 = \cos^2 \alpha. \quad (13)$$

4.3 Polarisationsverschränkte Photonenzustände

Betrachtet man nun zwei voneinander unabhängige horizontal polarisierte Photonen, so wird ihr Zustand als Tensorprodukt (formal durch den Operator \otimes) geschrieben. In unserem Fall betrachten wir zwei Photonen, die wir hier durch die Indizes s und i beschreiben ¹:

$$|H\rangle_s \otimes |H\rangle_i \equiv |H\rangle_s |H\rangle_i \equiv |HH\rangle. \quad (14)$$

Nicht alle Zweiphotonenzustände können als solches Produkt geschrieben werden. Von besonderem Interesse zur Verifizierung der Quantenmechanik und ihrer Abgrenzung zu einer klassischen Theorie ist der EPR-Zustand:

$$|\Psi_{EPR}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle). \quad (15)$$

Er beschreibt einen Zustand, in dem die Photonen mit gleicher Wahrscheinlichkeit beide horizontal oder beide vertikal polarisiert sein können. Man spricht hier von einem verschränkten Zustand, da dieser Zustand nicht als Produkt von Einzelphotonenzuständen geschrieben werden kann.

Bestimmt man die Wahrscheinlichkeit einer Transmission durch einen im Winkel α zur horizontalen Polarisationsachse des Signalphotons transmittierenden Polarisators, so erhält man:

$$p_{trans}(\alpha) = |\langle H_\alpha|_s \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle)|^2 = \frac{1}{2} |\langle H_\alpha|_s |H\rangle_s |H\rangle_i + \langle H_\alpha|_s |V\rangle_s |V\rangle_i|^2 \quad (16)$$

$$= \frac{1}{2} |\cos(\alpha) |H\rangle_i + \sin(\alpha) |V\rangle_i|^2 \quad (17)$$

$$= \frac{1}{2} |\langle H_\alpha|_i|^2 = \frac{1}{2}. \quad (18)$$

Der verschränkte Zustand besteht zu gleichen Teilen aus horizontal und vertikal pola-

¹Das s steht hier für „signal“- und das i für „idler“-Photonen. Die Notation ist historisch für nichtlineare optische Prozesse, dient aber im Rahmen dieses Versuchs nur der formellen Unterscheidung der beiden Photonen.

risierten Photonen(-paaren) und verhält sich dadurch bei der Transmission durch einen Polarisator wie unpolarisiertes Licht.

4.4 Messung der Korrelationen

Sendet man nun beide Photonen durch Polarisatoren, eines mit einem Polarisator im Winkel α und das andere mit einem Polarisator im Winkel β zur horizontalen Transmission, so kann nur der Zustand $|H_\alpha H_\beta\rangle$ transmittiert werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass Signal- und Idlerphoton transmittiert werden ist dann

$$p_{HH}(\alpha, \beta) \equiv p_{HH} = |\langle H_\beta|_i \langle H_\alpha|_s |\Psi\rangle|^2. \quad (19)$$

Falls der Zustand $|H_\alpha H_\beta\rangle$ nicht transmittiert wurde, so liegt einer der drei anderen Zustände $|VH\rangle, |HV\rangle, |VV\rangle$ vor, in denen entweder jeweils ein Photon für die ersten beiden Zustände oder gar kein Photon für den letzten Zustand transmittiert wurde.

Um den Zustand $|\Psi\rangle$ vollständig zu charakterisieren, müssen also mindestens drei Messungen vorgenommen werden. Die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten werden mit p_{VH}, p_{HV}, p_{VV} bezeichnet und es gilt

$$p_{HH} + p_{HV} + p_{VH} + p_{VV} = 1. \quad (20)$$

$$p_{HH} = \frac{1}{2} |\langle H|_\phi |H_\theta\rangle|^2 = \frac{1}{2} |\langle H|_\phi |R_\theta H\rangle|^2 = \frac{1}{2} |\langle R_{-\theta} R_\phi H | H\rangle|^2 \quad (21)$$

Dabei wurde Gleichung 7 benutzt, um den Rotationsoperator aus dem Zustand H_β herauszuziehen und in adjungierter Form ($R_\beta^\dagger = R_{-\beta}$) auf das Bra anzuwenden. Anschließend wird ausgenutzt, dass für Rotationsmatrizen die Winkel additiv sind

$$R_{-\beta} R_\alpha = R_{\alpha-\beta}. \quad (22)$$

Somit erhalten wir schließlich

$$p_{HH} = \frac{1}{2} |\langle H_{\alpha-\beta} | H\rangle|^2 = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha - \beta). \quad (23)$$

Wird die Transmission vertikal polarisierter Photonen beschrieben, so ersetzen wir die H -Bras durch V -Bras und wir erhalten

$$p_{HH} = p_{VV}. \quad (24)$$

Analog erhalten wir

$$p_{HV} = p_{VH} = \frac{1}{2} |\langle V_{\alpha-\beta} | H \rangle|^2 = \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta)^2. \quad (25)$$

Wenn wir uns den EPR Zustand (15) in Erinnerung rufen, liegen beide Photonen eines Paares immer in derselben Polarisation vor. Man sagt, die Photonen sind maximal korreliert². Dies zeigt sich in Gleichung 25: stehen beide Polarisatoren in einem 90°-Winkel zueinander, so wird immer eines der Photonen eines Paares herausgefiltert und es gibt keine Koinzidenzen. Sind beide Polarisatoren parallel zueinander ausgerichtet, so wird entweder keines der beiden Photonen eines Paares transmittiert oder beide Photonen werden transmittiert.

4.5 Lokale Verborgene Variablen Theorien

Aufgrund der Tatsache, dass quantenmechanische Effekte nicht mit klassischer Physik erklärbar sind, formulierte Einstein den Einwand, dass die Beschreibung mithilfe von Wellenfunktionen nicht vollständig sei [4]. Insbesondere die Unschärferelation, die es verbietet zwei kommutierende Observablen mit beliebiger Genauigkeit zu messen, irritierte Einstein. Aus diesem Grunde war er der Meinung, dass es eine Theorie verborgener Variablen geben müsse, die die Ergebnisse der Quantenmechanik erklären könne, die aber gleichzeitig deterministisch und lokal ist. Die Ergebnisse der Quantenmechanik sehen Einstein, Podolsky und Rosen als korrekt an, allerdings folgen diese aus statistischen Verteilungen der verborgenen Variablen. Die Grundannahmen für eine solche Theorie lauten

- **Vollständigkeit:** Die Theorie enthält alle physikalischen Größen, die in den Ausgang eines Experiments eingehen, unabhängig von der Kenntnis der exakten Werte dieser Größen. Bei Kenntnis der Werte aller physikalischen Größen, ist das Ergebnis des Experiments deterministisch.
- **Realismus:** Alle physikalischen Größen sind messbar ohne das physikalische System zu beeinflussen.
- **Lokalität:** Alle physikalischen Effekte beruhen auf Wechselwirkungen innerhalb des Lichtkegels des Effekts, d.h. es werden keine überlichtschnellen oder instantanen Beeinflussungen innerhalb des physikalischen Systems impliziert. Die Theorie ist konsistent mit der speziellen Relativitätstheorie.

²Für den Zustand $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle + |VH\rangle)$ sind die Zustände antikorreliert.

Die Quantenmechanik kann in diesem Sinne als nicht vollständig aufgefasst werden, da keine exakte Aussage über den Ausgang einer Messung getroffen werden kann, sondern nur Wahrscheinlichkeiten für die verschiedenen möglichen Ausgänge gegeben werden können. Daher wird versucht, eine alternative Theorie zur Quantenmechanik aufzustellen, die vollständig, realistisch und lokal ist.

In einer lokalen verborgene-Variablen-Theorie (LVVT) wird für einen Zustand oder ein Teilchen eine Größe λ postuliert mit dem Definitionsbereich $D(\lambda)$, die die Unsicherheit des Ausgangs einer Messung aufhebt. Im Fall einer Polarisationsmessung folgt daraus eine Transmissionswahrscheinlichkeit $p_V(\alpha, \lambda)$ eines Photons mit der verborgene Variable λ durch einen Polarisator, der in einem Winkel α zur vertikalen Referenzachse steht. Damit die Theorie als vollständig angesehen werden kann, muss $p_V(\alpha, \lambda)$ den Ausgang eines Experiments eindeutig festlegen, d.h. die Funktion kann nur die Werte 1 und 0 annehmen.

Eine solche Theorie ist lokal, da nur die Größe λ und der Winkel des Polarisators Einfluss darauf haben, ob das Photon transmittiert wird. Für die verborgene Größe λ wird eine Verteilungsfunktion $\rho(\lambda)$ angenommen, was folgende Normierung impliziert

$$\int_{D(\lambda)} \rho(\lambda) d\lambda = 1. \quad (26)$$

Die Transmissionswahrscheinlichkeit, die nur vom Winkel des Polarisators abhängt, wird dann gegeben durch

$$p_V(\alpha) = \int_{D(\lambda)} \rho(\lambda) p_V(\alpha, \lambda) d\lambda. \quad (27)$$

Um Verschränkung zu beschreiben wird angenommen, dass zwei Photonen mit gleicher verborgene Variable λ emittiert werden und von lokal voneinander getrennten Detektoren unter den Winkeln α und β transmittiert werden können. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide transmittiert werden, ist dann gegeben durch

$$p_{VV}(\alpha, \beta) = \int_{D(\lambda)} \rho(\lambda) p_V(\alpha, \lambda) p_V(\beta, \lambda) d\lambda. \quad (28)$$

4.6 CHSH-Ungleichung

John Bell hat in den 1960er Jahren ein Gedankenexperiment vorgeschlagen, welches zeigt, dass LVVTs nicht lückenlos die Ergebnisse der Quantenmechanik reproduzieren [1]. Wenn man Lokalität und Realismus annimmt, lässt sich eine Ungleichung finden, die von den

Messungen im Experiment erfüllt sein muss. Allerdings kann diese Ungleichung verletzt werden, wenn die Teilchen verschränkt sind. Einige Jahre später haben Clauser, Horne, Shimony und Holt eine Version der Bell-Ungleichung vorgeschlagen, um diese unter realen experimentellen Bedingungen zu testen, bekannt unter dem Namen CHSH-Ungleichung [3].

Wir können die Wahrscheinlichkeiten $p_V(\alpha, \lambda)$ aus dem vorherigen Kapitel folgendermaßen umschreiben

$$p_V(\alpha, \lambda) = \frac{1 + A(\alpha, \lambda)}{2}, \quad p_V(\beta, \lambda) = \frac{1 + B(\beta, \lambda)}{2}. \quad (29)$$

Die Funktionen $A(\alpha, \lambda)$ und $B(\alpha, \lambda)$ können nur die Werte 1 und -1 annehmen. Dadurch können die Wahrscheinlichkeiten $p_V(\alpha, \lambda)$ und $p_V(\beta, \lambda)$ nur die Werte 0 und 1 annehmen. Für die horizontale Richtung gilt dann

$$p_H(\alpha, \lambda) = 1 - p_V(\alpha, \lambda) = \frac{1 - A(\alpha, \lambda)}{2} \Big|_{A(\alpha, \lambda) = \pm 1}. \quad (30)$$

Durch Einsetzen der Koinzidenzwahrscheinlichkeiten 28 und analog für p_{HV}, p_{VH}, p_{VV} erhält man die Korrelationskoeffizienten $E^{LVVT}(\alpha, \beta)$ einer LVVT:

$$\begin{aligned} E^{LVVT}(\alpha, \beta) &= \int_{D(\lambda)} \rho(\lambda) \left\{ \frac{1+A}{2} \cdot \frac{1+B}{2} + \frac{1-A}{2} \cdot \frac{1-B}{2} - \frac{1+A}{2} \cdot \frac{1-B}{2} - \frac{1-A}{2} \cdot \frac{1+B}{2} \right\} d\lambda \\ &= \int_{D(\lambda)} \left\{ \rho(\lambda) \left(\frac{1+A}{2} B - \frac{1-A}{2} B \right) \right\} d\lambda \\ &= \int_{D(\lambda)} \rho(\lambda) A(\alpha, \lambda) B(\beta, \lambda) d\lambda \end{aligned}$$

Mit diesen Korrelationskoeffizienten kann nun der S -Wert für alle LVVTs berechnet werden

$$S^{(LVVT)} = \int_{D(\lambda)} \rho(\lambda) s(\alpha, \beta, \lambda) d\lambda \quad (31)$$

mit

$$s(\alpha, \beta, \lambda) = A(\alpha, \lambda)B(\beta, \lambda) - A(\alpha, \lambda)B(\beta', \lambda) + A(\alpha', \lambda)B(\beta, \lambda) + A(\alpha', \lambda)B(\beta', \lambda) \quad (32)$$

$$= A(\alpha, \lambda)[B(\beta, \lambda) - B(\beta', \lambda)] + A(\alpha', \lambda)[B(\beta, \lambda) + B(\beta', \lambda)]. \quad (33)$$

Die Größe s dient hier als mathematisches Hilfsmittel um einen Beweis durch Widerspruch zu erhalten.

Da A und B nur die Werte ± 1 für ein gegebenes λ annehmen können, gilt

$$|s(\alpha, \beta, \lambda)| = \pm 2. \quad (34)$$

Damit und mit 31 folgt, dass

$$\left| S^{(VVT)} \right| = \left| \int_{D(\lambda)} \rho(\lambda) s(\alpha, \beta, \lambda) d\lambda \right| \leq 2. \quad (35)$$

Mit Einsetzen der Korrelationskoeffizienten gilt

$$S(\alpha, \alpha', \beta, \beta') = E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta') + E(\alpha', \beta) + E(\alpha', \beta'). \quad (36)$$

Im Falle der Quantenmechanik sind die Korrelationskoeffizienten

$$E^{QM}(\alpha, \beta) = p_{HH} - p_{HV} - p_{VH} + p_{VV} = \cos(\beta - \alpha)^2 - \sin(\beta - \alpha)^2 = \cos(2(\beta - \alpha)). \quad (37)$$

Wählt man $\alpha = 0, \alpha' = 45, \beta = 22.5, \beta' = 67.5$ erhält man den für die Quantenmechanik maximal möglichen S-Wert von $2\sqrt{2}$, also $S > 2$. Die Quantenmechanik sagt also eine Verletzung aller LVVTs voraus, sodass diese Theorien ausgeschlossen werden können.

Der experimentelle Nachweis der Verletzung der CHSH-Ungleichung wird heute als fundamentaler Nachweis für die Gültigkeit der Quantenmechanik angesehen. Zudem hat die Ungleichung praktische Bedeutung in Experimenten, um etwa nachzuweisen, dass ein quantenphysikalischer Zustand tatsächlich verschränkt ist. Für u.a. Experimente mit verschränkten Photonen und den Nachweis der Verletzung der Bell'schen Ungleichungen wurde 2022 der Nobelpreis in Physik an Alain Aspect, John F. Clauser und Anton Zeilinger verliehen [9].

4.7 Polarisationsgrad und Visibilität

Zwei Eigenschaften von polarisierten Photonen, die sie in diesem Versuch untersuchen sollen, sind der Polarisationsgrad und die Visibilität. Der Polarisationsgrad ist definiert als

$$\Pi = \frac{N_{max}}{N_{max} + N_{min}}, \quad 0 \leq \Pi \leq 1 \quad (38)$$

wobei N_{max} die maximale und N_{min} die minimale Photonenzählrate sind und $\Pi = 0$ vollständig unpolarisiertem und $\Pi = 1$ vollständig polarisiertem Licht entspricht.

Bei der Charakterisierung von verschränkten Quantenzuständen wird häufig die Sichtbarkeit (Visibility) angegeben. Diese ist definiert als

$$V = \frac{K_{max} - K_{min}}{K_{max} + K_{min}}, \quad 0 \leq V \leq 1 \quad (39)$$

mit den maximalen und minimalen Koinzidenzraten K_{max} und K_{min} .

5 Experimenteller Aufbau

Der experimentelle Aufbau für diesen Versuch besteht aus einer Photonenquelle, die verschränkte Photonen emittiert, der Strahlführung für die verschränkten Photonen und der Messeinheit zum Zählen der Einzelphotonenraten und Koinzidenzen.

5.1 Die Photonenquelle

Der physikalische Prozess, mit dem polarisationsverschränkte Photonen in diesem Versuch erzeugt werden, heißt parametrische Fluoreszenz (SPDC ³) erster Art. Bei diesem nicht-linearen optischen Prozess wird ein (Pump-)Photon mit Energie $h\nu_p$ in zwei Photonen (Signal und Idler) mit Energie $\approx \frac{h\nu_p}{2}$ umgewandelt, sobald das Pumpphoton einen nichtlinearen, doppelbrechenden Kristall durchläuft. Da die Erzeugung des Photonenpaares ein spontaner Prozess ist, handelt es sich hierbei um einen quantenmechanischen Effekt. Eine Eigenschaft von SPDC erster Art ist, dass das erzeugte Photonenpaar senkrecht zum Pumpphoton polarisiert ist. Wenn also das Pumpphoton vertikal polarisiert ist, findet folgender Konversionsprozess statt [5]

$$|V\rangle \rightarrow |H\rangle_s |H\rangle_i. \quad (40)$$

Im SPDC Prozess gelten Energie- und Impulserhaltung

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i \quad (41)$$

$$\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i \quad (42)$$

³Spontaneous Parametric Down Conversion

mit $\omega_p, \omega_s, \omega_i$ die Frequenz des Pump-, Signal- und Idler-Photons sowie den zugehörigen Wellenvektoren $\vec{k}_p, \vec{k}_s, \vec{k}_i$. Aufgrund der Energie- und Impulserhaltung kann das konvertierte Licht nur entlang einer Kegeloberfläche abgestrahlt werden (Abbildung 2 links). Dies geschieht rotationssymmetrisch um \vec{k}_p . Aufgrund der Impulserhaltung in der Ebene

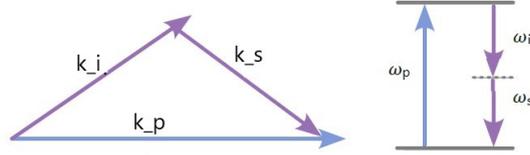


Abbildung 2: Impuls- und Energieerhaltung im SPDC Prozess.

senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Pumpstrahls, befinden sich die beiden erzeugten Photonen stets an zueinander diametral gegenüberliegenden Orten im Abstrahlkegel [5]. Um den EPR-Zustand zu erzeugen, werden zwei Kristalle genutzt, deren optische Achsen um 90° gegeneinander gedreht sind. Dadurch können in dem Prozess sowohl horizontal als auch vertikal polarisierte Photonen erzeugt werden. Zusätzlich müssen die einfallenden Photonen entlang beider Achsen polarisiert sein. Daher werden diagonal (zu den optischen Achsen der Kristalle) polarisierte Pumpphotonen eingestrahlt. Idealerweise findet somit folgende Konversion statt:

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|V\rangle + |H\rangle) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_s |H\rangle_i + |V\rangle_s |V\rangle_i) = |\Psi_{\text{EPR}}\rangle. \quad (43)$$

Der Pumpphotonenstrahl wird auf die beiden Kristalle fokussiert. Optimal liegt der Fokus so, dass die Intensität in beiden Kristallen gleich ist. Durch einen Versatz in der Lage des Fokus kann die Intensität in den beiden Kristallen unterschiedlich groß sein. Weiterhin kann es zu Abweichungen von der idealen diagonalen Polarisationsrichtung kommen. Durch diese beiden Effekte findet eine nicht-ideale Konversion statt, sodass in einer Polarisationsrichtung mehr Photonen vorliegen als in der anderen. Dies reduziert den Grad der Verschränkung des Zustands.

Durch die Doppelbrechung der Kristalle kann es weiterhin zu einer Phasenverschiebung zwischen den Photonen in den beiden Polarisationsrichtungen kommen (sowohl Pump- als auch konvertierte Photonen). Im Allgemeinen wird also folgender Zustand erzeugt:

$$\cos \theta |H\rangle_s |H\rangle_i + e^{i\phi} \sin \theta |V\rangle_s |V\rangle_i. \quad (44)$$

Dabei werden die Anteile durch $\cos(\theta)$ und $\sin(\theta)$ dargestellt und der Phasenunterschied durch $e^{i\phi}$. Die Realisierung einer Photonenquelle, die die Konversion von Pump- in verschränkte Photonen erfüllt, ist in Bild 3 dargestellt.

Eine blaue Laserdiode erzeugt senkrecht (zur Tischebene) polarisierte Photonen der Wellenlänge 405 nm. Über zwei Spiegel und eine Linse wird der Pumpstrahl auf die beiden nichtlinearen Kristalle zur Frequenzkonversion fokussiert. Die beiden Kristalle bestehen aus Beta-Bariumborat (BBO) und sind um 90° gegeneinander gedreht. Sie konvertieren blaue Pumpphotonen mithilfe von SPDC erster Art in verschränkte infrarote Photonen (Wellenlänge 810nm).

Die Pumpstrahlung kann mithilfe einer Lambda-Halbe-Platte diagonal polarisiert werden. Für die Lambda-Halbe-Platte sind Vertiefungen im Boden vorgesehen. Die Vertiefung parallel zur Strahlrichtung wird im Folgenden als „geparkte“ Position bezeichnet. Die Vertiefung senkrecht zur Strahlrichtung wird im Folgenden als Betriebsposition bezeichnet, mit ihr werden diagonal polarisierte Photonen in den Kristall gestrahlt und damit EPR-Zustände erzeugt.

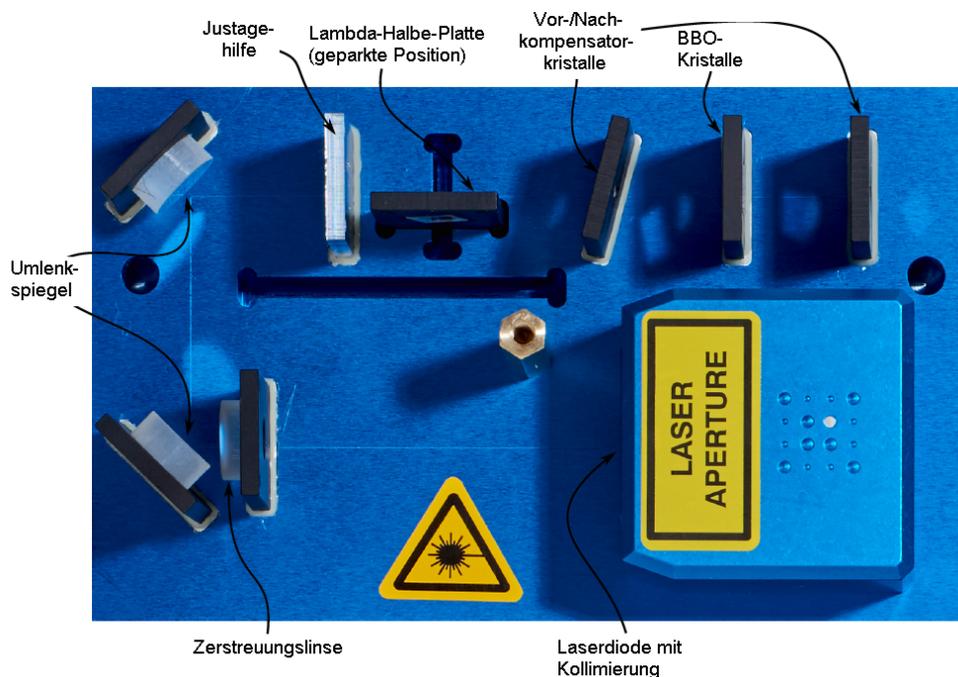


Abbildung 3: Aufbau der verschränkten Photonenquelle ohne Gehäuse und Ausgangsapertur.

BBO hat für die Pump- und die konvertierte Wellenlänge verschiedene Brechungsindizes und damit gelten für diese Photonen verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten in BBO. Dadurch verlassen die unterschiedlich polarisierten konvertierten Photonenpaare

den zweiten BBO-Kristall nicht gleichzeitig und zwischen den beiden Polarisationsrichtungen der konvertierten Photonen wird ein Phasenunterschied $e^{i\phi}$ erzeugt. Zur Kompensation wird ein doppelbrechender Vorkompensator-kristall eingebracht (siehe Bild 4), durch den die horizontalen und vertikalen Anteile des diagonal polarisierten Pumplichts so gegeneinander verzögert werden, dass die konvertierten Photonenpaare den zweiten Kristall mit gleicher Phase verlassen.

Weiterhin entsteht durch räumliche Separation der beiden BBO-Kristalle eine räumliche Separation der beiden Polarisationsrichtungen der erzeugten Photonen. Daher wird ein weiterer doppelbrechender Nachkompensator-kristall eingebracht, sodass durch die verschiedenen Brechungswinkel für die beiden Polarisierungen die räumliche Separation aufgehoben wird.

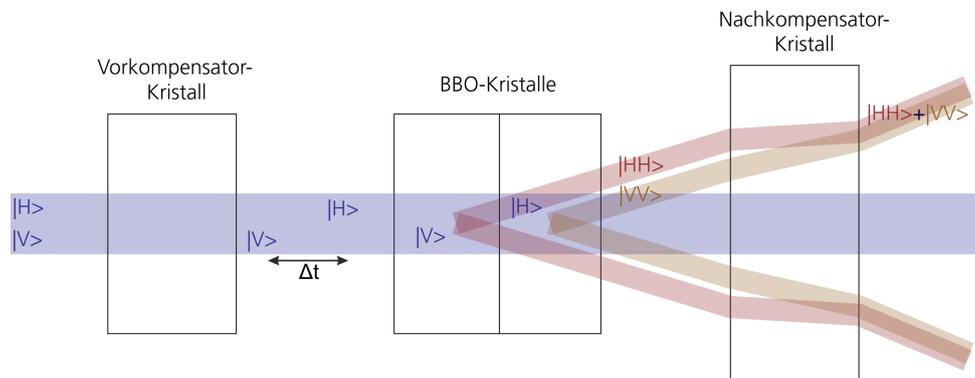


Abbildung 4: Schematische Illustration der Wirkung der Kompensator-kristalle. Der Vorkompensator-kristall sorgt, dafür dass die konvertierten Photonen den zweiten BBO-Kristall zur gleichen Zeit verlassen. Der Nachkompensator-kristall gleicht räumliche Separation der erzeugten Photonen verschiedener Polarisation aus.

Der Strahlengang verläuft durch eine Apertur mit Tiefpassfilter. Die durch die Kristalle transmittierten Pump-Photonen werden durch den Tiefpassfilter absorbiert und die konvertierten Photonen werden ausgekoppelt.

5.2 Der Messtrahlengang

Die ausgekoppelten verschränkten Photonen verlassen die Photonenquelle räumlich voneinander getrennt. Zur Einkopplung in den Koinzidenzzähler werden zwei Arme genutzt, die die beiden diametral gegenüberliegenden Ausschnitte des gesamten Abstrahlkegels der Quelle auf zwei separate Detektoren lenken.

Die Arme bestehen jeweils aus einem Umlenkspiegel, einem linearen Polarisator mit verstellbarer optischer Achse und einer polarisationserhaltenden optischen Faser und der

zugehörigen Einkoppelungsoptik (siehe Bild 5). Die Justage ist über jeweils zwei Mikrometerschrauben an den Umlenkspiegeln und Fasereinkopplungen möglich.

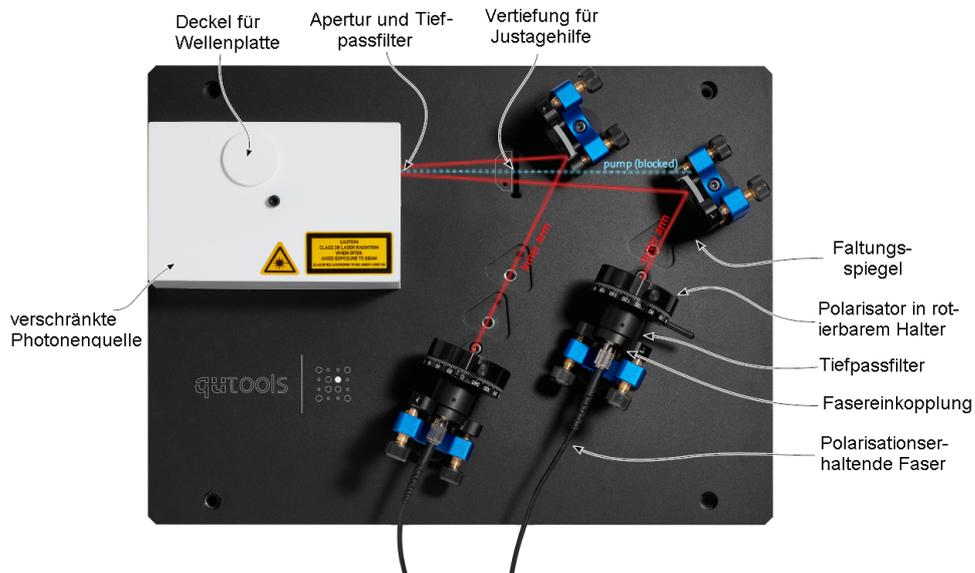


Abbildung 5: Darstellung des Strahlengangs der verschränkten Photonen.

5.3 Der Koinzidenzzähler

Die Photonen werden mit sogenannten Avalanche Photo Diodes (APD; einer in jedem Messarm) gemessen. Ein absorbiertes Photon hebt ein Elektron in das Leitungsband, wo dieses durch eine angelegte Spannung zu einem elektrischen Strom führt. Die Spannung ist so gewählt, dass ein einzelnes Elektron weitere Elektronen auslösen kann (ähnlich einem Geiger-Zähler) und somit eine Lawine (Avalanche) entsteht.

Die Zeitpunkte der Ereignisse werden in der Kontrolleinheit miteinander verglichen. Wird innerhalb eines Zeitfensters von 30 ns in beiden APDs ein Signal gemessen, wird dies als Koinzidenz gezählt.

Durch diese Auswertelogik können auch zufällige Koinzidenzen gemessen werden, das heißt zwei zueinander unverschränkte Photonen befinden sich innerhalb eines 30 ns dauernden Zeitfensters (Δt). Der Erwartungswert für diese „falschen“ Koinzidenzen R_{false} kann wie folgt abgeschätzt werden

$$R_{\text{false}} = R_0 \cdot R_1 \cdot \Delta t. \quad (45)$$

Dabei sind R_0 und R_1 die gemessene Einzelzählraten an beiden Detektoren.

6 Durchführung

In diesem Kapitel werden die Schritte zur Durchführung der Messung nicht-klassischer Koinzidenzraten erläutert.

Hinweis: Sie haben in diesem Versuch genügend Zeit, um Messungen ggf. mehrfach durchzuführen. Es ist empfehlenswert die Daten bereits während der Durchführung graphisch darzustellen und zu überlegen, ob Sie der Erwartung entsprechen und ob ggf. die Erwartung falsch war oder ein Fehler in der Durchführung unterlaufen ist.

6.1 Inbetriebnahme des Aufbaus

Überprüfen Sie, dass die Kontrolleinheit über ein Netzkabel mit Strom versorgt wird und dass die optischen Fasern die Einkopplung auf dem Breadboard mit den optischen Eingängen an den APDs an der Kontrolleinheit (VI in Bild 6) verbunden sind.

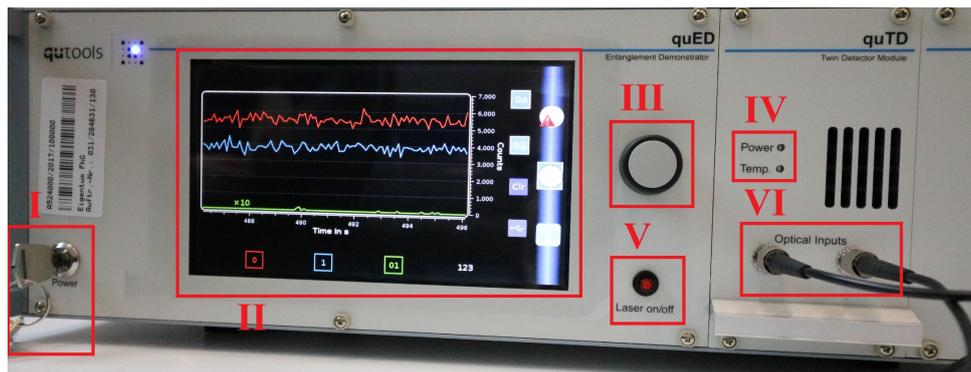


Abbildung 6: Vorderansicht der Kontrolleinheit. (I): Stromhauptschalterschlüssel der Kontrolleinheit. (II) Touchpad-Display. (III) Drehknopf. (IV) Status-LEDs für Strom und Temperatur. (V) Hauptschalter der Laserdiode mit integrierter Statusleuchte. (VI) Fasereinkopplung der durch die Polarisatoren transmittierten Photonen in die APDs.

Drehen Sie den Hauptschalterschlüssel (I in Bild 6). Während das Gerät startet, wird zuerst die LED „Power“ blinken. Dies bedeutet, dass die Kontrolleinheit gestartet wird. Anschließend sollte die LED „Power“ kontinuierlich leuchten und die LED „Temp.“ (IV in Bild 6) sollte blinken. Dies bedeutet, dass die optimale Temperatur der APDs noch nicht erreicht ist. Warten Sie darauf, dass beide LEDs erlöschen. Der Aufbau ist dann einsatzbereit.

Wechseln Sie in das quLD-Fenster mithilfe von Knopf (III) in Bild 9. Der Stellstrom ((I) in Bild 5) sollte auf 0 mA eingestellt sein (falls nicht, dann stellen Sie den Stellstrom

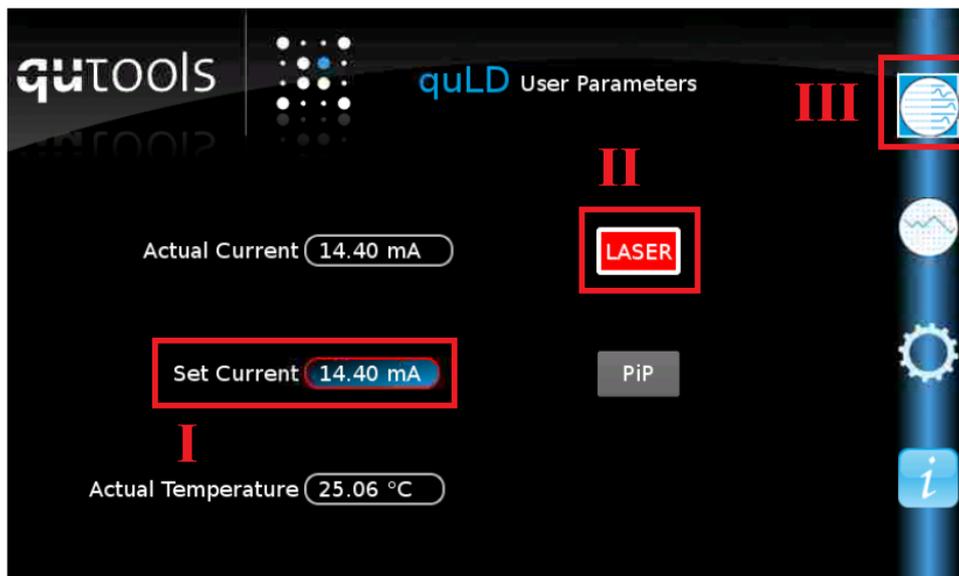


Abbildung 7: quLD-Fenster. Fenster zur Einstellung der Laserdiodenparameter. (I) Stellstrom der Laserdiode. (II) Statusleuchte der Laserdiode. (III) Modulnavigator, der oberste Knopf korrespondiert zu dem quLD-Fenster

auf 0 mA durch Markieren der „Set Current“-Zeile und Drehen des Drehknopfes). Nach Aktivieren des Buttons „PIP“ (picture in picture) wird in jedem Fenster der „Actual Current“ und der „Set Current“ angezeigt.

Vergewissern Sie sich, dass der Deckel des Gehäuses der Photonenquelle geschlossen ist bevor Sie den Laser einschalten. Schalten Sie die Laserdiode mithilfe von Schalter (V) in Bild 6 ein. Stellen Sie nun den Stellstrom mithilfe des Drehknopfes auf 37,5 mA.

Stellen Sie die beiden Polarisatoren so ein, dass die Zählraten an beiden Detektoren (Single 0/1; (II) in Bild 9) maximal sind. Kontaktieren Sie Ihren Betreuer, falls die Koinzidenzrate kleiner als 2500/s.

Schalten Sie den Laser aus, indem Sie zuerst den Stellstrom über das quLD-Fenster (siehe Bild 5) mit dem Drehknopf auf 0 mA stellen und dann erst mit dem Schalter (V) in Bild 6 die Laserdiode ausschalten.

6.2 Fehlerbetrachtung

Bei Zählexperimenten wird oft angenommen, dass die Messwerte näherungsweise poissonverteilt sind, d.h. für Ereigniszahlen N nimmt man einen Fehler von \sqrt{N} an. Dies ist gerechtfertigt, wenn jedes Ereignis von den anderen statistisch unabhängig ist und die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis klein ist.

Um zu überprüfen, ob diese Annahme im Rahmen dieses Experiments zulässig ist, nehmen

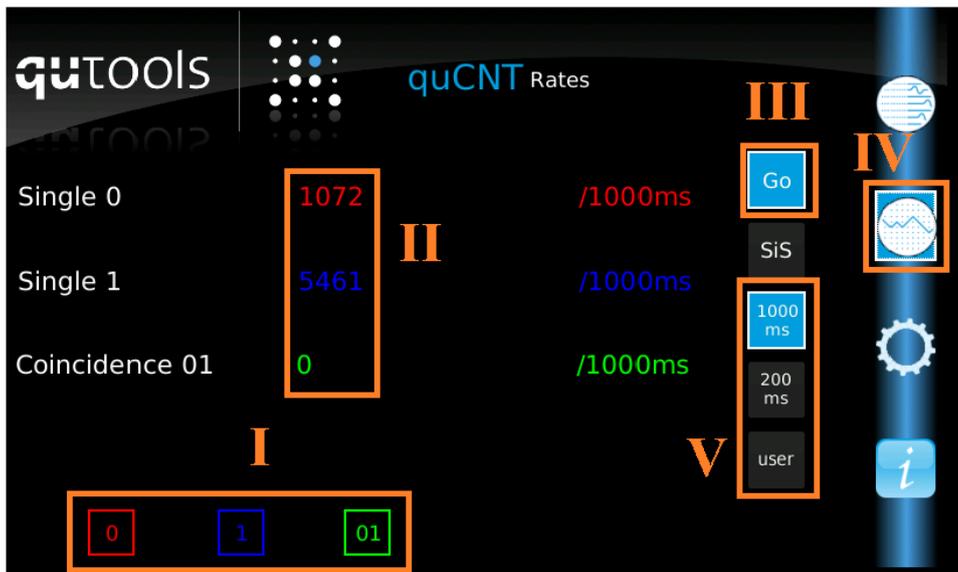


Abbildung 8: quCNT:Zählratenfenster 1.(I) Auswahl der angezeigten Zählraten, 0 und 1 stehen für die optischen Eingangskanäle, 01 steht für die Koinzidenzrate (II) Gegenwärtige Zählraten. (III) Startet und stoppt Datenaufnahme. (IV) Knopf zur Modulnavigation ins quCNT Fenster und zum Wechseln zwischen verschiedenen quCNT-Anzeigen. (V) Einstellung der Zeitbasis zur Aufnahme von Datenpunkten.

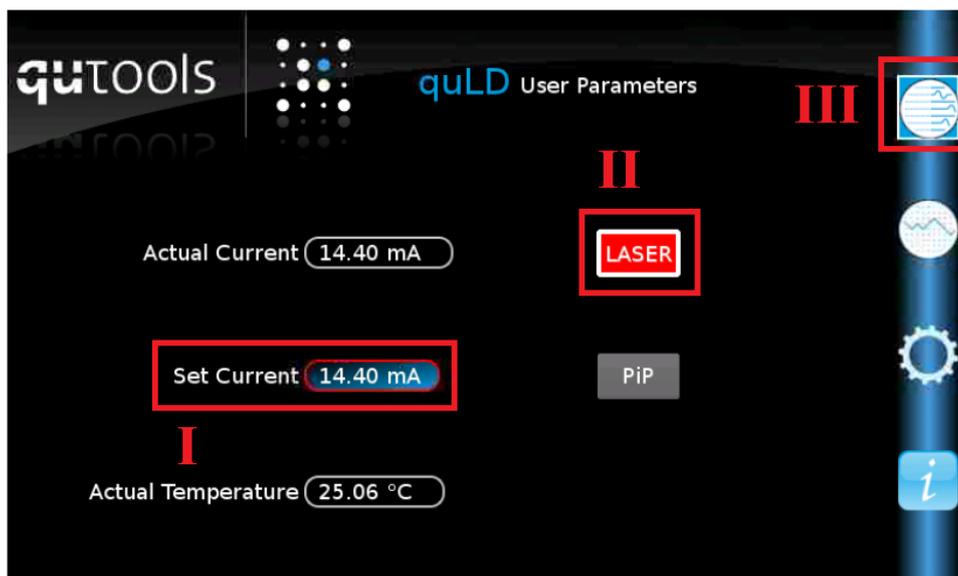


Abbildung 9: quLD-Fenster. Fenster zur Einstellung der Laserdiodenparameter. (I) Stellstrom der Laserdiode. (II) Statusleuchte der Laserdiode. (III) Modulnavigator, der oberste Knopf korrespondiert zu dem quLD-Fenster.

Sie zehn aufeinanderfolgende Zahlenwerte einer Einzelzählrate auf, um einen statistischen Fehler ermitteln zu können. Führen Sie die Messung für 3 verschiedene Stromstärken an der Laserdiode aus (z.B. 30 mA, 37,5 mA und 45 mA).

6.3 Messung nicht polarisations-verschränkter Photonen

In diesem Kapitel wird die Messung der Photonen im $|HH\rangle$ -Zustand beschrieben.

Überprüfen Sie zunächst, dass die Photonenquelle für die Emission solcher Photonen konfiguriert ist. Öffnen Sie dafür den Deckel für die Lambda-Halbe-Platte und stellen Sie sicher, dass die Lambda-Halbe-Platte in geparkter Position (d.h. nicht wie in Bild 10) eingebaut ist. Ist dies nicht der Fall verständigen Sie Ihren Betreuer.



Abbildung 10: In dieser Position der $\frac{\lambda}{2}$ -Platte werden Photonen im EPR-Zustand erzeugt, somit nicht geeignet für die Messung nicht-verschränkter Photonenzustände.

Wenn die Lambda-Halbe-Platte in geparkter Position eingebaut ist, beginnen Sie mit der Aufnahme der Messdaten.

Wechseln Sie in der Kontrolleinheit in das Fenster „quCNT Rates“ (vgl. Bild 8). Stellen Sie den Polarisator vor der Fasereinkopplung für Detektor 1 auf den Winkel mit maximaler Transmission ein. Variieren Sie nun den Winkel des Polarisators vor der Fasereinkopplung von Detektor 0 und nehmen Sie beide Zählraten sowie die Koinzidenzraten bei einer geeigneten Wahl der Zeitbasis auf. Die zu diesen beschriebenen Messreihen zugehörigen Winkelbereiche sind in Bild 11 als gestrichelte Linie dargestellt.

Um den S -Wert zu berechnen, sind 16 Messungen bei verschiedenen Winkeleinstellungen erforderlich (siehe Tabelle 1).

Achten Sie darauf, einen gesamten Winkelbereich aufzunehmen, der mindestens ein Maximum und ein Minimum enthält und nicht nur bei den Punkten in Tabelle 1 zu messen. Im Bereich der Extrema ist darauf zu achten, bei hinreichend vielen Winkeln zu messen, sodass die Winkel maximaler und minimaler Transmission möglichst genau bestimmt werden können. Achten Sie darauf, die Messungenauigkeiten bei jedem Messpunkt abzuschätzen.

Wiederholen Sie die Messung für Detektor 1 wobei der Winkel des Polarisators vor

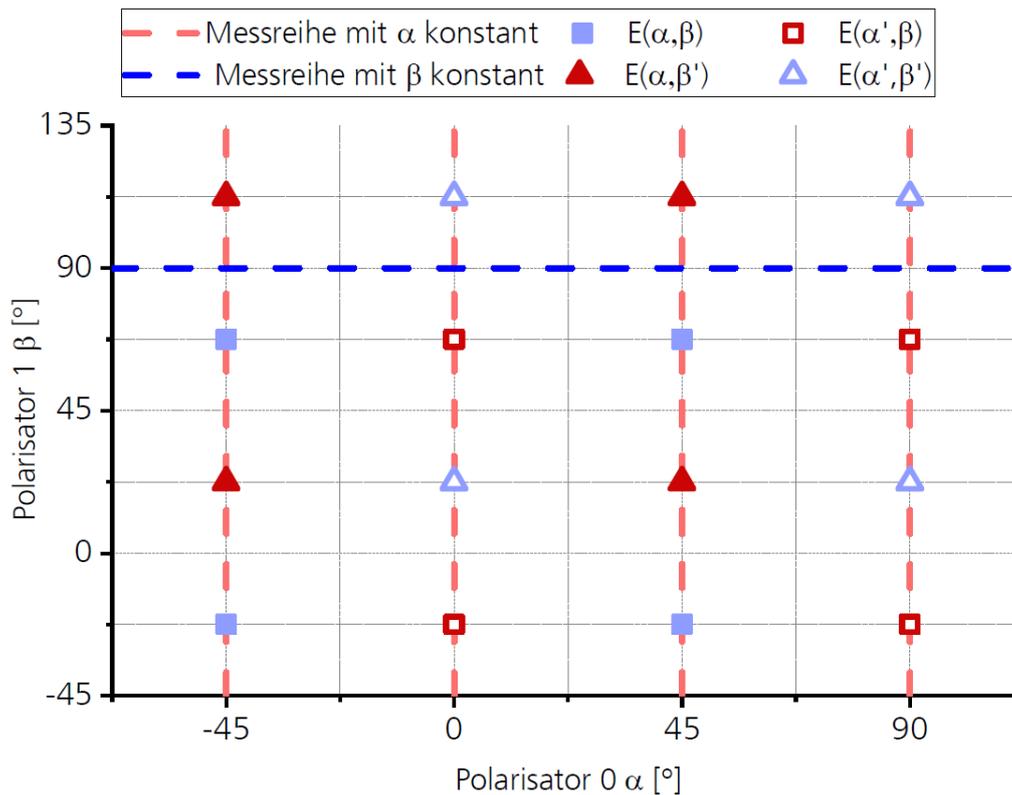


Abbildung 11: Darstellung der Messreihen in Abhängigkeit der Winkel beider Polarisatoren. Die markierten Rechtecke und Dreiecke geben die Messpunkte an, die notwendig sind, um den S -Wert zu bestimmen.

Detektor 0 konstant gehalten wird. Wählen Sie die Winkel des Polarisators vor Detektor 0 so, dass aus den Messkurven die maximale Verletzung der Bell- Ungleichung hervorgeht.

Schalten Sie den Laser aus, indem Sie ihn mit dem roten Schalter (V) in Bild 6 ausschalten.

6.4 Messung von Photonen im EPR-Zustand

In diesem Kapitel wird die Messung der Polarisation im EPR-Zustand beschrieben. Überprüfen Sie zunächst, dass die Photonenquelle für die Emission verschränkter Photonenpaare konfiguriert ist. Öffnen Sie dafür den Deckel für die Lambda-Halbe-Platte und stellen Sie sicher, dass die Lambda-Halbe-Platte in Betriebsposition (d.h. wie in Bild 12) eingebaut ist. Ist dies nicht der Fall, verständigen Sie Ihren Betreuer.

Ist die Lambda-Halbe-Platte in Betriebsposition aufgestellt, messen Sie die gleichen Kurven, die Sie bereits für die Photonen im $|HH\rangle$ -Zustand aufgenommen haben. Nehmen Sie die Zählraten beider Detektoren auf, um die „falschen“ Koinzidenzen bestimmen zu können.

Hinweis: Sie können in dieser Konfiguration die korrekte Wahl der vier Winkel des Pola-

Winkel Polarisator 0 [°]	Winkel Polarisator 1 [°]
-45	-22.5
-45	22.5
-45	67.5
-45	112.5
0	-22.5
0	22.5
0	67.5
0	112.5
45	-22.5
45	22.5
45	67.5
45	112.5
90	-22.5
90	22.5
90	67.5
90	112.5

Tabelle 1: Winkeleinstellungen an den Polarisatoren 0 und 1 im Aufbau, die für die Bestimmung des S -Wertes notwendig sind.

risators, hinter dem die Polarisation nicht gemessen wird, überprüfen. Wechseln Sie dafür in das CHSH-Fenster (vgl. Bild 13) im quCNT-Modul durch wiederholtes Drücken von Knopf IV (zu sehen in Bild 8). Beachten Sie, dass es sich hierbei nur um eine freiwillige Überprüfung handelt, welche die Auswertung nicht ersetzt.

Stellen Sie nun den ersten Polarisator auf einen Winkel ein, bei dem horizontal polarisiertes Licht transmittiert wird und den anderen Polarisator auf $22,5^\circ$. Drücken Sie als nächstes das Feld unter der Bezeichnung „H : 22.5“ ((III) in Bild 10), um eine Koinzidenzzählung durchzuführen. Wiederholen Sie den Vorgang gleichermaßen für die 15 anderen Kombinationen von Winkeln. Erhalten Sie einen S -Wert von über 2,5 (oder unter -2,5), so können Sie davon ausgehen, dass Sie die Winkel richtig gewählt haben. Beachten Sie, dass der Winkel von $157,5^\circ$ in Bild 13, einem Winkel von $-22,5^\circ$ in Tabelle 1 entspricht.

6.5 Messung der Zustandswahrscheinlichkeit

Bisher wurde nur diskutiert, dass Wahrscheinlichkeiten und die Koinzidenzwahrscheinlichkeit auf den S -Wert führen. Im Experiment können nur Zählraten gemessen werden. Diese sollten proportional zu der Wahrscheinlichkeit sein, aber der Umrechnungsfaktor ist unbekannt, da in dem Experiment einige Effizienzen, wie die der Fasereinkopplung oder die Quanteneffizienz der APDs nicht bekannt sind.



Abbildung 12: Lambda-Halbe-Platte innerhalb des Strahlengangs. Es werden Photonen im EPR-Zustand erzeugt. Die Quelle ist nach schließen des Gehäuses bereit zur Messung polarisationsverschränkter Photonen.

Die Korrelationskoeffizienten E werden daher wie folgt bestimmt ($\alpha_{\perp} = \alpha + \pi/2$)

$$E(\alpha, \beta) = \frac{K(\alpha, \beta) + K(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp}) - K(\alpha_{\perp}, \beta) - K(\alpha, \beta_{\perp})}{K(\alpha, \beta) + K(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp}) + K(\alpha_{\perp}, \beta) + K(\alpha, \beta_{\perp})} \quad (46)$$

Dabei geht die Annahme ein, dass die Wahrscheinlichkeiten wie folgt dargestellt werden können

$$p_{HH}(\alpha, \beta) = \frac{K(\alpha, \beta)}{K(\alpha, \beta) + K(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp}) + K(\alpha_{\perp}, \beta) + K(\alpha, \beta_{\perp})} \quad (47)$$

Die Summe der verschiedenen Koinzidenzraten wird also als Normierung genutzt, um aus der Koinzidenzrate eine Wahrscheinlichkeit zu berechnen.

Dies ist nicht exakt, wenn diese unbekanntes Effizienzen von der Polarisation, den Drehwinkeln der Polarisatoren oder eine zeitliche Schwankung der Ausgangsleistung der Laserdiode auftritt.

7 Auswertung

Bei jedem Aufgabenpunkt soll eine Fehlerrechnung durchgeführt und protokolliert sowie erklärt werden.

Diskutieren Sie auch, ob das Ergebnis der Teilaufgabe ihren Erwartungen entspricht und falls nicht, liefern Sie eine mögliche Begründung hierfür. Falls sie externe Quelle in ihrem Bericht verwenden, achten sie auch darauf diese zu nennen.

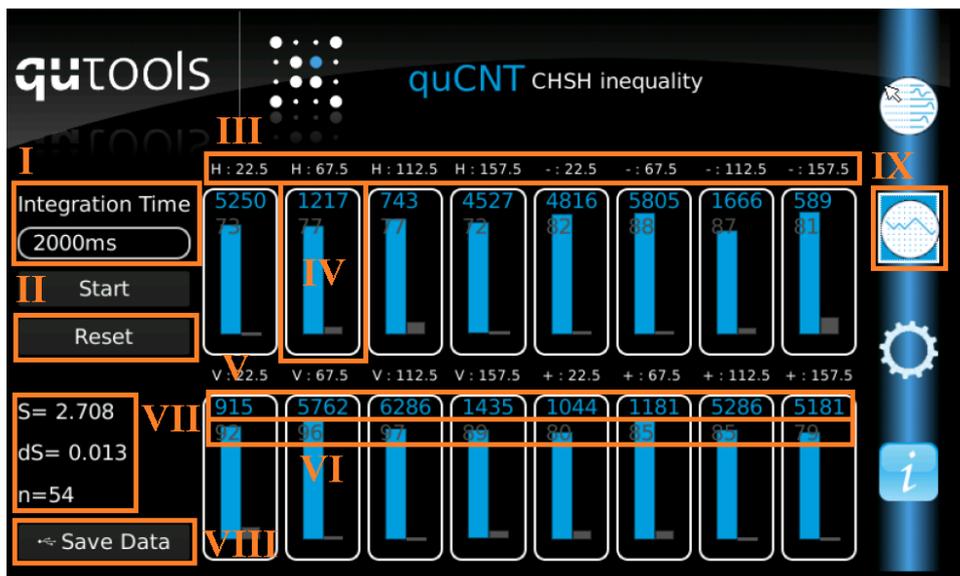


Abbildung 13: Bell-Fenster im quCNT-Modul. (I) Die Integrationszeit für die Messung der Koinzidenzen kann mithilfe des Drehknopfes eingestellt werden. (II) Zurücksetzen aller gemessenen Koinzidenzen. (III) Angabe der Polarisation für die jeweilige Messung. (IV) Durch Druck des jeweiligen Zählfensters werden die Koinzidenzen für die jeweilige Winkeleinstellung gezählt. (V) Gezählte Koinzidenzen. (VI) Abgeschätzte „falsche“ Koinzidenzen (VII) Auswertung der gemessenen Koinzidenzen. (VIII) Speicherung aller Daten über USB. (IX) Navigationsknopf zum Verlassen des Bell-Fensters.

7.1 Auswertung des unverschränkten Polarisationszustands

Bewerten Sie zunächst ob die Annahme von poissonverteilten Messwerten gerechtfertigt ist.

1. Bestimmen Sie mit den in 6.2 aufgenommenen Datereihen Mittelwert und Standardabweichung und vergleichen Sie die gemessene Standardabweichung mit der poissonverteilten Abweichung.
2. Tragen Sie die Einzelzählraten N_i der Detektoren gegen den Winkel der Polarisatoren auf. Berechnen Sie den Polarisationsgrad Π (Gleichung 38) für jede der fünf Einzelzählraten. Bestimmen Sie die nötigen Größen durch die Anpassung einer trigonometrischen Funktion. Erklären/Begründen Sie auch die Wahl der (Form der) Funktion. Sind die Polarisationsgrade innerhalb Fehlertoleranzen miteinander verträglich?
3. Schätzen Sie die Menge an falschen Koinzidenzen aus den Einzelzählraten ab. Welches Verhalten erwarten Sie für klassisches linear polarisiertes Licht?

Für die Auswertung der Koinzidenzraten ziehen Sie immer die falschen Koinzidenzen von den gemessenen Koinzidenzen ab. Tragen Sie die korrigierten Koinzidenzraten

gegen die Winkel der Polarisatoren auf.

4. Bestimmen Sie die Winkel maximaler Koinzidenzen durch Anpassen von trigonometrischen Funktionen.
5. Bestimmen Sie aus den angepassten Kurven den S-Wert. Ist die CHSH-Bell Ungleichung verletzt? (Mit Begründung)

7.2 Auswertung des EPR-Zustands

1. Tragen Sie die Einzelzählraten der Detektoren gegen die Winkel des jeweiligen Polarisators auf. Welche funktionale Abhängigkeit der Zählraten von den Winkel stellen Sie fest? Bestimmen Sie den Polarisationsgrad.
2. Tragen Sie die korrigierten Koinzidenzraten gegen die Winkel der Polarisatoren auf und passen Sie trigonometrische Funktionen an. Bestimmen Sie anschließend die Winkel der maximalen Koinzidenzen.
3. Bestimmen Sie die Sichtbarkeit V (Gleichung 39) aller Koinzidenzkurven und vergleichen Sie sie miteinander.

Außer dem bisher dargestellten EPR-Zustand $|\Psi_{EPR}^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle)$ kann auch der Zustand $|\Psi_{EPR}^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle - |VV\rangle)$ die CHSH-Bell-Ungleichung verletzen. Beide Zustände haben die gleichen Extrema in ihren Koinzidenzraten (nämlich bei $|H\rangle$ und $|V\rangle$). Es zeigen sich jedoch Unterschiede bei Messung in der diagonalen Basis ($|+\rangle$ und $|-\rangle$). Für die Koinzidenzwahrscheinlichkeit erhält man

$$p_{HH} = |\langle H_\beta|_i \langle H_\alpha|_s |\Psi_{EPR}^-\rangle|^2 = \frac{1}{2} \cos(\beta + \alpha)^2. \quad (48)$$

1. Bestimmen Sie welcher Zustand ($|\Psi_{EPR}^+\rangle$ oder $|\Psi_{EPR}^-\rangle$) vorliegt.
2. Bestimmen Sie den S-Wert und geben Sie an, ob die CHSH-Ungleichung verletzt wird. Geben Sie die Verletzung der Ungleichung in Standardabweichungen des gemessenen S-Wertes an.

Literatur

- [1] J. S. Bell. „On the Einstein Podolsky Rosen paradox“. In: *Physics Physique Fizika* 1 (3 Nov. 1964), S. 195–200. DOI: [10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195](https://doi.org/10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195>.
- [2] *Bloch Sphere*. URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/8/8e/Poincare_Sphere_with_Polarizations.svg/722px-Poincare_Sphere_with_Polarizations.svg.png.
- [3] John F. Clauser u. a. „Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories“. In: *Phys. Rev. Lett.* 23 (15 Okt. 1969), S. 880–884. DOI: [10.1103/PhysRevLett.23.880](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.23.880). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.23.880>.
- [4] A. Einstein, B. Podolsky und N. Rosen. „Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?“. In: *Phys. Rev.* 47 (10 Mai 1935), S. 777–780. DOI: [10.1103/PhysRev.47.777](https://doi.org/10.1103/PhysRev.47.777). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.47.777>.
- [5] Christopher Gerry und Peter Knight. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, 2004.
- [6] Michael A. Nielsen und Isaac L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press, 2010.
- [7] quTools. *quEd - Control and Read-out Unit - Users and Operations Manual*. 2017. URL: https://www.qutools.com/files/quED/quCR_manual_V3.2.pdf.
- [8] quTools. *quEd - Entanglement Demonstrator*. 2017. URL: https://www.qutools.com/files/quED/quED_manual.pdf.
- [9] *The Nobel Prize in Physics 2022*. NobelPrize.org. *Nobel Prize Outreach 2025*. URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2022/summary/>.